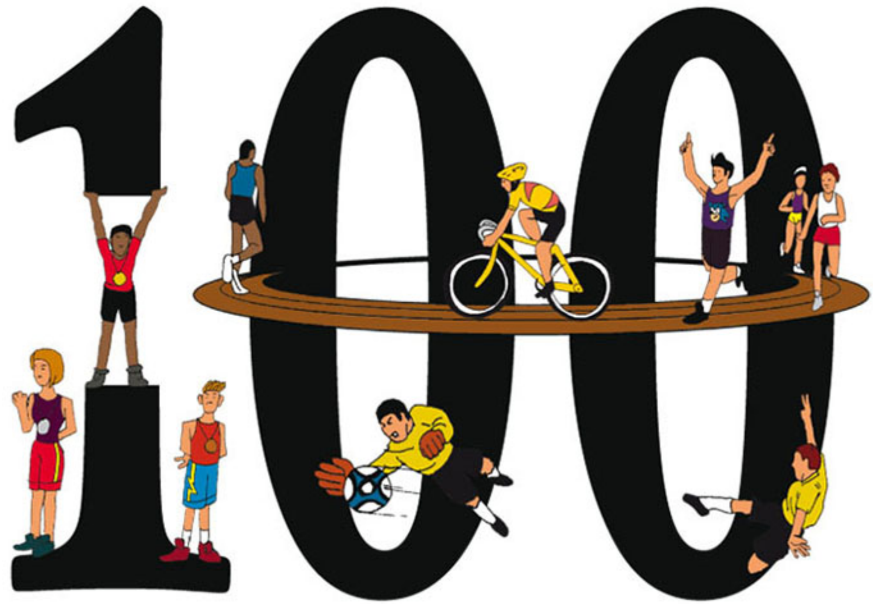
John D. Barrow



Sto důležitých věcí O SPORTU, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)

Matematika sportu

DOKOŘÁN

John D. Barrow
Sto důležitých věcí o sportu, které nevíte
(a ani nevíte, že je nevíte)

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).
Z anglického originálu *100 Essential Things You Didn't Know*
You Didn't Know About Sport vydaného nakladatelstvím
The Bodley Head přeložil Lukáš Georgiev.
Několik kapitol této knihy vyšlo v mírně pozměněné podobě
v knize Johna D. Barrowa Sto důležitých věcí, které nevíte (a ani
nevíte, že je nevíte), Dokořán 2013, v překladu Jaroslava Drahoše.
Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.
Redakce Marie Černá.
Obálka David Greguš.
Sazba Karel Horák.
Konverze do elektronické verze Michal Puhač.
V roce 2016 vydalo nakladatelství Dokořán, s. r. o.,
Holečkova 9, 150 00 Praha 5,
dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,
jako svou 818. publikaci (224. elektronická).

ISBN 978-80-7363-757-6

DOKOŘÁN

John D. Barrow

100

Sto důležitých věcí O SPORTU, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)

Matematika sportu

Dokořán

Mahlerovi,
který již umí běhat
a brzy se naučí i počítat

„Kruci, a k čemu jsou zlaté medaile vlastně dobré?“
Eric Heiden

Obsah

Předmluva _ 11
1. Jak může Usain Bolt bez většího úsilí překonat vlastní světový rekord _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 13
2. Univerzální sportovci _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 17
3. Lukostřelci _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 18
4. Vada průměrů _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 21
5. Běhání do zatáčky _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 23
6. Otázka rovnováhy _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 26
7. Má někdo chuť na baseball, tenis nebo kriket? _ 29
8. Bayesovo přísné očko _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 32
9. Utkání na tři branky _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 35
10. Skok do výšky _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 37
11. Správně načasované narozeniny _ _ _ _ _ _ _ 40
12. Doba letu _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 42
13. Na kajaku _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 45
14. Možná přijde i kormidelník _ _ _ _ _ _ _ _ _ 49
15. V kartách _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 52
16. Ohnivá kola _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 55
17. Bodové hodnocení _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 57
18. Skoky do vody _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 63
19. Nejextrémnější sport ze všech _ _ _ _ _ _ _ _ 67
20. Když klouzá, klouzá nožka po parketách _ _ _ 69
21. Genderové úvahy _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 72
22. Trochu fyziky pro údržbáře hřišť _ _ _ _ _ _ _ 75
23. Co se dostane do výšky, musí zase spadnout _ _ 77

24. Leváci a praváci _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 81
25. Skoky o tyči pro pokročilé _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 83
26. Návrat Karate Kida _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 86
27. Pákový efekt _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 89
28. Dotknout se nebe _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 92
29. Maratonský běh _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 95
30. Není všechno zlato, co se třpytí _ _ _ _ _ _ _ _ 99
31. Hlavně nemrknout první _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 101
32. Ping-pong opět na scéně _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 103
33. Divoká chůze _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 106
34. Dostihové jistoty _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 110
35. Jaká je pravděpodobnost diskvalifikace? _ _ _ _ 113
36. I veslování má své momenty _ _ _ _ _ _ _ _ _ 115
37. Ragby a relativita _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 119
38. Otázka tempa růstu skóre _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 121
39. Squash – velmi zvláštní pravidlo _ _ _ _ _ _ _ 124
40. Náhodné podvrhy _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 127
41. Smysl pro proporce _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 130
42. Kulečníkové variace _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 133
43. Prsaři _ 135
44. Pověstný zlomový moment _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 139
45. Hodit oštěp do větru _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 141
46. Liga o dvou koncích _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 144
47. Raketové bádání _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 146
48. Na velikosti záleží _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 149
49. Opravdu ztřeštěné fotbalové utkání _ _ _ _ _ _ 152
50. Kola se točí dál _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 154
51. Vrtošivý vítr _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 156
52. Windsurfing _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 161
53. Honba za medailemi _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 165
54. Proč nepadají světové rekordy v ženských atletických disciplínách? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 168
55. Kličkovaná _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 171

56. Popelky mezi sporty _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 174
57. Závody na vozících _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 177
58. Vyvážený triatlon _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 181
59. Davové šílenství _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 184
60. Plavky z nesmáčivého polyuretanu _ _ _ _ _ _ 187
61. Moderní pětiboj _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 190
62. Zachovat chladnou (nejen) hlavu _ _ _ _ _ _ _ 194
63. Rychlosti závodních vozíků pro hendikepované atlety _ 197
64. Boj s nepřesností _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 201
65. Tíživé otázky zemské gravitace _ _ _ _ _ _ _ _ 204
66. Google a kriketový pohár – o možnostech matice _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 206
67. Krasobruslařský paradox _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 210
68. Hod diskem _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 213
69. Gólové rozdíly _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 216
70. Je Premier League náhodná? _ _ _ _ _ _ _ _ _ 221
71. K čemu jsou dobré módní dresy _ _ _ _ _ _ _ 224
72. Trojúhelníky ve vodě _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 227
73. Iluze vznášení se _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 231
74. Potlačení Matoušova efektu _ _ _ _ _ _ _ _ _ 234
75. Rozpisy turnajů _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 238
76. Manipulace s rozpisy turnajů _ _ _ _ _ _ _ _ _ 241
77. Maratony s podporou větru _ _ _ _ _ _ _ _ _ 242
78. Do kopce _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 245
79. Psychologická setrvačnost _ _ _ _ _ _ _ _ _ 248
80. Góly, góly a zase góly _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 252
81. Úplné ponoření _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 254
82. Velkobritský fotbalový tým _ _ _ _ _ _ _ _ _ 258
83. Kdo se povyšuje, bude ponížen _ _ _ _ _ _ _ _ 262
84. Blade Runner _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 265
85. Vytváření dvojic _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 269
86. Prodejci vstupenek _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 271

87. Skydiving _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 273
88. Opravdu vysoké výkony _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 277
89. Lukostřelecký paradox _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 281
90. Zatočit to jako Beckham _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 285
91. Taktika zastavit – zrychlit _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 289
92. Při potápění jde hlavně o plyny _ _ _ _ _ _ _ _ 292
93. Taková přirozená rezonance _ _ _ _ _ _ _ _ _ 295
94. Házení mincí _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 298
95. Jaké sporty by měly být na olympiádě? _ _ _ _ 301
96. Kočičí paradox _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 303
97. Co létá vzduchem nejlépe? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 306
98. Někdo to rád horké _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 309
99. Odrazy superelastického míčku _ _ _ _ _ _ _ 312
100. Raději si nestát na svém _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 316

Poznámky _ 318

Předmluva

V tomto olympijském roce jsem se rozhodl využít příležitosti a předvést čtenářům některé z nečekaných postupů, jakými může jednoduchá matematika a ostatní vědy osvětlit principy mnoha sportovních disciplín. V následujících kapitolách se podíváme očima vědce a z různých hledisek na lidský pohyb, bodovací systémy a překonávání rekordů. Na paškál si vezmeme silové sporty, paralympijské disciplíny, dopingové zkoušky, skoky do vody, jezdectví, běh, skoky, hody a vrhy. Věnujete-li se sportu z pozice trenéra nebo jako aktivní sportovci, získáte představu o tom, jak může matematika přispět k hlubšímu porozumění principům disciplíny vašeho zájmu. Diváci a komentátoři mohou zase snáze přijít na kloub tomu, co se vlastně děje v bazénu, tělocvičně, na stadionu, závodní dráze nebo na silniční trati. Učitelé a pedagogové zde najdou příklady k odlehčení výuky fyziky nebo matematiky a k rozšíření obzorů těch, podle nichž má matematika se sportem sotva co společného. A nejednoho matematika jistě potěší poznání, jak důležitý je jeho obor v další z lidských činností. Sbírka ukázkových příkladů, kterou máte před sebou, pokrývá hezkou řádku sportovních odvětví a snaží se zaměřit na témata, která dosud stála stranou širšího zájmu. Nahlédneme do olympijských dějin, ale stranou neponecháme ani sporty, které se ještě na žádné olympiádě neobjevily. Zájemci o hlubší studium problematiky zde naleznou odkazy na zdroje, které by jim mohly pomoci.

Chtěl bych poděkovat Katherine Ailesové, Davidu Alciatoremu, Philipu Astonovi, Billu Atkinsonovi, Henrymu Bakerovi, Melisse Brayové, Jamesi Cranchovi, Pchengu Čaovi, Marianne Freibergerové, Franzi Fussovi, Johnu Haighovi, Jörgu Hensgenovi, Stevu Hewsonovi, Seanu Lipovi, Justinu

Mullinsovi, Kay Peddleové, Stephenu Ryanovi, Jeffreymu Shallitovi, Owenu Smithovi, Davidu Spiegelhalterovi, Ianu Stewartovi, Willu Sulkinovi, Rachel Thomasové, Rogeru Walkerovi a Peteru Weyandovi za pomoc, debaty a užitečné rozhovory, které pomohly téhle knize na svět. Některá z uváděných témat jsem probíral v přednáškách na Gresham College v Londýně a během akce Matematický projekt tisíciletí pro londýnské olympijské hry v roce 2012. Posluchačům z těchto akcí jsem nesmírně vděčný za jejich zájem, otázky a náměty. Musím také poděkovat svým blízkým Elizabeth, Davidovi, Rogerovi a Louise za jejich nadšení – které se později proměnilo v nedůvěru, když se dozvěděli, že jim tahle knížka nezajistí vstupenky na olympiádu.

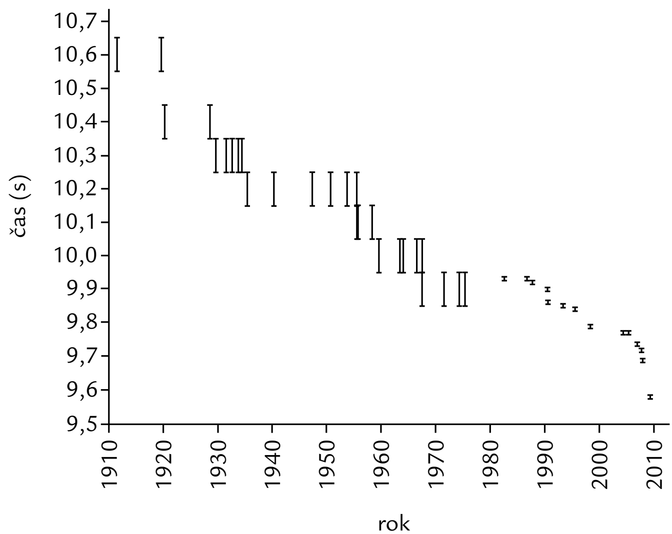
John D. Barrow
Cambridge 2012

1
Jak může Usain Bolt bez většího úsilí překonat vlastní světový rekord

Usain Bolt je nejlepším lidským sprinterem všech dob. Když však v dorosteneckém věku začínal s tratěmi 400 a 200 metrů, jen málokdo by tušil, že bude jednou tak rychlý zrovna na stovce. Trenér ho původně chtěl přeřadit na kratší trať jen na jednu sezonu, aby si vylepšil základní sprinterskou výbušnost. Nikoho nenapadlo, že v tom bude nějak vynikat. Na sprintera-stovkaře byl podle všeobecného mínění totiž moc velký. Ale chyba lávky – jak se všichni mýlili! Nikdy nepatřil k těm, kteří z rekordu tu a tam uždibnou nějakou tu setinku, ale ukusoval po poměrně velkých porcích. Začal tím, že v květnu roku 2008 v New Yorku stáhl rekord Asafy Powella z 9,74 s na 9,72 s a ve stejném roce na olympiádě v Pekingu se dostal až na 9,69 s (přesně 9,683). Následujícího roku se na mistrovství světa v Berlíně v roce 2009 výrazně zlepšil až na 9,58 sekundy (přesně 9,578). Jeho zlepšování na trati 200 metrů bylo ještě impozantnější – rekord 19,32 s Michaela Johnsona z roku 1996 zlepšil v Pekingu na 19,30 s (přesně 19,296) a poté v Berlíně na 19,19 s. Ta zlepšení jsou natolik výrazná, že odborníci se začali zaobírat výpočty a prognózami, k jakému maximu se Bolt může až dostat. Nikomu však bohužel nepřišly na mysl dva klíčové faktory, které by Boltovi umožnily dosáhnout podstatně rychlejších časů i bez dalšího zvýšení tréninkového úsilí nebo zlepšení výkonnosti. Asi si říkáte, jak by něco takového šlo zařídit.

Naměřený čas sprintera-stovkaře se skládá ze dvou částí –

z času reakce na startovní výstřel a času potřebného na uběhnutí stometrové vzdálenosti. Za předčasné vyběhnutí je považován takový start, kdy se běžec při odrazu zapře nohama do startovních bloků dříve než 0,1 sekundy po výstřelu startovní pistole. Bolt má přitom mezi špičkovými sprintery jeden z nejdelších reakčních časů – v Pekingu byl na startu druhý nejpomalejší ze všech finalistů a v Berlíně, kde dosáhl času 9,58 s, třetí nejpomalejší. Přihlédneme-li k těmto skutečnostem, byla Boltova průměrná rychlost v Pekingu 10,5 m/s a v Berlíně (kde reagoval rychleji) dokonce 10,6 m/s. Bolt již tedy běhá rychleji než 10,55 m/s, což je maximální rychlost, kterou pro něj ve své prognóze stanovil tým specialistů na lidskou biologii na Stanfordově univerzitě.[1]



Bolt	0,146 + 9,434 = 9,58	Thompson	0,119 + 9,811 = 9,93
Gay	0,144 + 9,566 = 9,71	Chambers	0,123 + 9,877 = 10,00
Powell	0,134 + 9,706 = 9,84	Burns	0,165 + 9,835 = 10,00
Bailey	0,129 + 9,801 = 9,93	Patton	0,149 +10,191 = 10,34

V olympijském finále v Pekingu, kde měl Bolt při celkovém čase 9,69 s reakční čas 0,165 s, reagovalo zbývajících sedm finalistů za 0,133, 0,134, 0,142, 0,145, 0,147, 0,165 a 0,169 sekundy.

Z těchto časů je jasně vidět největší Boltova slabina – má velmi pomalou reakci na startovní výstřel. To není totéž jako mít pomalý start. Výrazně vytáhlý atlet s delšími končetinami a větším momentem setrvačnosti musí obecně vynaložit větší úsilí na to, aby se dostal z kleku do stoje.[2] Kdyby Bolt dokázal svůj reakční čas zkrátit na 0,13 s, což je čas velmi dobrý, ale ne výjimečný, zlepšil by svůj rekord z 9,58 na 9,56 sekundy. Kdyby zareagoval za vynikajících 0,12 s, přiblížil by se k 9,55. A kdyby dokonce zareagoval v minimálním povoleném čase 0,1 s, měl by v kapse stovku za 9,53 sekundy. A vůbec by nemusel běžet rychleji.

To je první z faktorů opomenutých při prognózách Boltova běžeckého potenciálu. Jaké další faktory ještě připadají v úvahu? Sprinteři mohou běžet s podporou větru, jehož rychlost nesmí překročit 2 m/s. Z toho těží mnoho světových rekordů, přičemž nejpodezřelejší sada světových rekordů ve sprintech a skocích pochází z olympiády v Mexiku, kdy při dosahování rekordních výkonů anemometry často zaznamenávaly rychlost 2 m/s. To ale rozhodně není případ Boltových rekordních běhů. V Berlíně dosáhl času 9,58 s s větrem 0,9 m/s v zádech a v Pekingu vládlo bezvětří. S pomocí silnějšího větru tedy stále může výrazně zrychlit. Před mnoha lety jsem zjišťoval, nakolik vítr ovlivňuje nejlepší časy na sprinterské stovce.[3] Vítr 2 m/s v zádech znamená ve srovnání s bezvětřím zisk přibližně 0,11 sekundy. Vítr v zádech o rychlosti 0,9 m/s zlepší atletům časy o 0,06 sekundy. Oboje na místech s malou nadmořskou výškou. Pokud by tedy měl Bolt štěstí na nejpříznivější povolený vítr a navíc by reagoval v minimálním možném čase, zlepšil by se jeho berlínský čas z 9,53 sekundy na 9,47 s a čas z Pekingu by měl hodnotu 9,51 s. Kdyby navíc běžel ještě ve vysokohorském klimatu, jaké je například v Mexico City, zvládl by trať ještě rychleji a bez námahy by získal dalších 0,07 s.[4] Svůj čas by tedy mohl zlepšit na úžasných 9,4 sekundy. A nemusel by ani zrychlovat.[5]

2

Univerzální sportovci

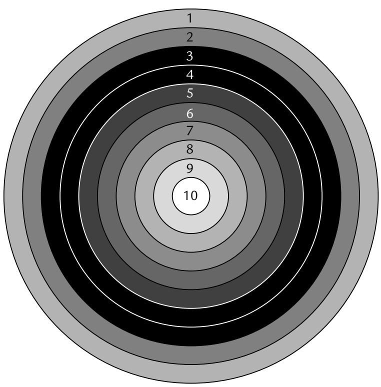
V médiích se často objevuje srovnání lidského druhu s šampiony z říše zvířat, které pro člověka obvykle nevyznívá příliš lichotivě – gepard běžící tryskem hravě překročí rychlost povolenou na dálnicích, mravenci unesou mnohonásobně víc, než sami váží, veverky a opice předvádějí fantastické sestavy ve vzdušné akrobacii, v plavání strčí tuleň člověka do kapsy a draví ptáci dokážou dostat letícího holuba bez jediného výstřelu z pušky. Člověk si pak snadno může připadat neschopný. To ale není nutné. Žádný z těchto zvířecích přeborníků není ani zdaleka tak výborným atletem jako člověk. Vynikají vždy v jediné specializované disciplíně, protože evoluce vypilovala jejich schopnosti k dokonalosti, a tak mohou ve velmi úzké oblasti dominovat. V tom se člověk podstatně liší. Dokáže plavat dlouhé tratě, uběhne maraton, 100 metrů zvládne pod 10 sekund, svede salto, jezdí na kole i na koni, je v jeho silách vyskočit do dvouapůlmetrové výšky, umí přesně střílet z pušky nebo luku, malý předmět dokáže vrhnout do vzdálenosti téměř sta metrů, dovede bez přestávky ujet na kole stovky kilometrů, veslovat a také zdvihnout nad hlavu mnohem víc, než sám váží. Rozsah tělesných schopností člověka je výjimečný. Často zapomínáme, že se nám žádný jiný živý tvor nedokáže vyrovnat co do různorodosti fyzických schopností. Člověk je zkrátka nejuniverzálnějším sportovcem na Zemi.

3

Lukostřelci

Olympijská lukostřelba nabízí dramatické soupeření, soutěže není ale jednoduché sledovat, pokud nemáte k dispozici dalekohled nebo velkoplošnou obrazovku schopnou opakovat záběry. Lukostřelci vystřelí celkem 72 šípů na kruhový terč vzdálený 70 metrů. Terč má průměr 122 cm a tvoří jej 10 soustředných kruhů s roztečemi 6,1 cm.

Dva nejvnitřnější kruhy mají zlatou barvu a hodnotu 10 a 9 bodů. Další dva směrem k vnějšímu obvodu jsou červené a mají hodnotu 8 a 7 bodů. Dále jsou dva modré za 6 a 5 bodů. Následující dva jsou černé za 4 a 3 body. A poslední dva mají bílou barvu a hodnotu 2 a 1 bod. Pokud zasáhnete vnější okraj terče – nebo terč minete – nezískáte žádný bod. Terč s barevnými kruhy je vytištěn na čtvercovém papíru s délkou strany 125 cm. Papír je ze spodní strany



potažen ochrannou vrstvou, která šípům brání prolétnout na druhou stranu.

Nejlepší světovou lukostřelkyní je Jihokorejka Park Sung-Hyun. Na athénské olympiádě v roce 2004 nasbírala ze 72 ran 682 bodů a získala zlatou v jednotlivcích i družstvech.[1] Pokud by zasahovala pouze desítky a devítky a nikdy by neminula, můžeme vypočíst, jak by tohoto skóre dosáhla. Pokud by počet šípů D představoval desítky a zbývajících $72 - D$ šípů devítky, můžeme sestavit rovnici $10D + 9(72 - D) = 682$. Vyjde nám počet desítek $D = 34$. Počet devítek musí být $72 - 34$, tedy 38. Pokud by zasahovala pouze desítky, devítky a osmičky, můžeme lehce vypočíst, že by musela zasáhnout například pětatřicetkrát desítku, šestatřicetkrát devítku a jednou osmičku.

Obtížnost dosažení konkrétního počtu bodů jedním výstřelem je dána plochou mezikruží, které musíte zasáhnout. Poloměry jednotlivých kružnic v centimetrech směrem od středu jsou po řadě 6,1, 12,2, 18,3, 24,4, 30,5, 36,6, 42,7, 48,8, 54,9, 61. Protože plochu kruhu lze vypočíst pomocí vzorce π krát poloměr na druhou, lze snadno zjistit plochu jednotlivých mezikruží. Stačí od plochy vnějšího kruhu vždy odečíst plochu vnitřního kruhu. Například plocha mezikruží hodnoceného 9 body je $\pi(12{,}2^2 - 6{,}1^2) = 350{,}7\ \text{cm}^2$. Nebudeme zde vypočítávat plochy všech mezikruží, každý si je může snadno vypočítat stejným postupem. Pravděpodobnost, že šípem zasáhnete konkrétní mezikruží, závisí na tom, jaký podíl z celkové plochy terče toto mezikruží zabírá. Plocha celého terče je $\pi \times 61^2 = 11\,689{,}9\ \text{cm}^2$. Pravděpodobnost zasažení devítky náhodně vystřeleným šípem, který zasáhne plochu terče, je dána poměrem plochy mezikruží za 9 bodů a celkové plochy. V tomto případě tedy $350{,}7/11\,689{,}9 = 0{,}03$, neboli 3 %. Kdybychom tyto poměry vypočetli pro všechna mezikruží, získali bychom hodnoty pravděpodobnosti pro zasažení jednotlivých mezikruží náhodně vystřeleným šípem. Míra pravděpodobnosti se řídí jednoduchým vzorcem. Pravděpodobnost zásahu s každým mezikružím roste o 2 % směrem od středu k vnějšímu okraji. Nejméně pravděpodobný je zásah středového kruhu, který trefíte v 1 % případů (tedy s pravděpodobností 0,01), nejsnazší je skórovat za jediný bod zásahem vnějšího prstence, a to s pravděpodobností 19 % (0,19).

Spočteme-li průměr, vyjde nám 3,85 bodu na jeden náhodný zásah terče. Pokud bychom náhodně zasáhli terč 72 ranami, vyšlo by nám celkové průměrné skóre 277,2 bodu, což pro jednoduchost zaokrouhlíme na 277 bodů. Podle očekávání je to podstatně méně než světový rekord 682 bodů. Výsledku 277 bychom totiž dosáhli zcela náhodnou střelbou bez jakékoli zkušenosti (kromě schopnosti zasáhnout plochu terče).

V předchozích výpočtech jsme předpokládali, že náhodně mířící lukostřelec vždy zasáhne kruhový terč. Zkusme nyní předpokládat, že není ani natolik přesný a dokáže zaručit jen trefu do čtvercového papíru (o rozměrech 125 × 125 cm), na němž je terč vytištěn. Jeho obsah činí 15 625 cm^2. Zasáhnete-li plochu mimo kruh terče o poloměru 61 cm, získáváte 0 bodů. V tomto případě jsou všechny míry pravděpodobnosti poníženy součinitelem odpovídajícím poměru kruhové plochy terče a celkové čtvercové plochy, na níž je vytištěn, tedy hodnotou 11 689,9/15 625 = 0,75. Průměrné skóre dosažené při náhodném vystřelení 72 šípů, které vždy zasáhnou čtvercový papír s terčem, tak poklesne na 207,4.

Chcete-li si procvičit své počtářské schopnosti, můžete naprosto stejným způsobem vypočítat skóre pro náhodné hody šipkami. Mělo by vám vyjít, že průměrné skóre jednoho zásahu bude 13 bodů, což při hodu třemi šipkami dává výsledek 39 bodů.[2]

4

Vada průměrů

Průměry jsou ošemetné. Zeptejte se na to statistika, který se utopil v jezeře o průměrné hloubce 3 centimetry. Ano, jsme na statistiky hodně zvyklí a ony jsou zdánlivě zcela neúprosně pravdivé, takže jim beze zbytku důvěřujeme. Ale měli bychom? Představme si dva hráče kriketu, říkejme jim Anderson a Warne. Střetnou se v klíčovém utkání, které rozhodne o výsledku celé série. Sponzoři vypsali vysoké peněžní odměny pro nejlepšího nadhazovače a pro nejlepšího pálkaře utkání. Anderson ani Warne neusilují o titul nejlepšího pálkaře, ani jeden však nechce, aby se tato cena dostala do rukou soupeře. Naopak oba velice touží po velké ceně pro nadhazovače.

V první směně Anderson získá zpočátku několik branek, ale pak ztrácí v řadě velmi opatrných nadhozů a skončí se třemi brankami ze sedmnácti běhů, což dává průměr 5,67. Nadhazuje pak Andersonova strana a Warne ve vrcholné formě zvládne 7 branek ze 40 běhů, průměr 5,71 běhu na získanou branku. Přesto má Anderson lepší (tedy nižší) nadhazovací průměr a po první směně vede 5,67 : 5,71.

Ve druhé směně Anderson zpočátku ztrácí, ale pak se ukáže, že je pro slabší nadhazovače nepřekonatelný a získává 7 branek ze 110 běhů, průměr 15,71 za druhou směnu. Warne pak v poslední směně střetnutí nadhazuje Andersonovu mužstvu. Není tak úspěšný jako v první směně, ale přesto získává 3 branky ze 48 běhů, v průměru 16,0. Takže

Anderson má i ve druhé směně lepší průměr v nadhazování, a sice 15,71 : 16,0.

Nad-hazovač	1. směna počty	1. směna průměr	2. směna počty	2. směna průměr	Celkem počty	Celkem průměr
Anderson	3 ze 17	5,67	7 ze 110	15,71	10 ze 127	12,7
Warne	7 ze 40	5,71	3 ze 48	16	10 z 88	8,8

Kdo má obdržet cenu nadhazovače utkání za nejlepší počty? Anderson měl lepší průměr v první i druhé směně. Je určitě jediným vítězem. Ale sponzor je jiného názoru a počítá celkové počty z utkání. Za obě směny získal Anderson 10 branek ze 127 běhů při průměru 12,7 běhu na branku. Oproti tomu Warne získal 10 branek z 88 běhů a průměr 8,8. Má jasně lepší průměr a získává cenu nadhazovače, navzdory tomu, že Anderson má lepší průměr jak v první, tak i ve druhé směně.

5
Běhání do zatáčky

Uvažovali jste někdy o tom, jestli je při sprintu na 200 metrů výhodnější vnitřní nebo vnější dráha? Atleti v tom mají jasno. Vyšší sprinteři se hůře potýkají s ostřejším obloukem vnitřní dráhy než s tím mírnějším u vnějšího okraje. Situace je ještě horší v některých halách s celkovou délkou dráhy jen 200 metrů. Zatáčky jsou ještě ostřejší a jednotlivé dráhy mají místo 1,22 metru šířku pouhý 1 metr. Bylo to vnímáno jako výrazné omezení, takže se pak běžně stávalo, že atlet, na nějž ve finále připadla vnitřní dráha (jako na posledního, kdo postoupil z kvalifikace na čas), rovnou účast v halovém finále vzdal. Na vítězství měl totiž jen mizivou naději, zato riziko zranění bylo značné. V důsledku toho se tento závod na programu většiny halových mítinků již neobjevuje.

Jak je to však na venkovních drahách, kde není zakřivení oblouku tak výrazné? Většina atletů nemá v oblibě dráhu u vnějšího okraje, protože z ní v první polovině trati nevidí žádného ze soupeřů (pokud je některý nepředběhne), a nemohou se tak řídit rychlostí ostatních. Vnitřní dráhu lemuje kovový obrubník, a ne jen bílá čára, která odděluje ostatní dráhy. Běžec má proto tendenci držet se od něj v bezpečnější vzdálenosti. Nejrychlejší běžci z kvalifikace jsou zpravidla nasazováni do dvou či tří prostředních drah, dá se tedy soudit, že ty jsou nejvýhodnější. Svou roli hraje i stavba těla sprintera. Habánům s dlouhýma nohama nevyhovují vnitřní dráhy, protože je nutí měnit krok nebo je vytlačují dál k vnějšímu okraji. Pravděpodobně ještě významnější roli hraje vítr. Pokud vane kolmo k cílové rovince proti sprinterům probíhajícím zatáčkou, je výhodnější běžet u vnějšího okraje, protože u vnějších drah je startovní čára posunuta blíže k zatáčce, a atlet tedy běží proti větru kratší dobu ve srovnání s těmi ve vnitřních drahách.

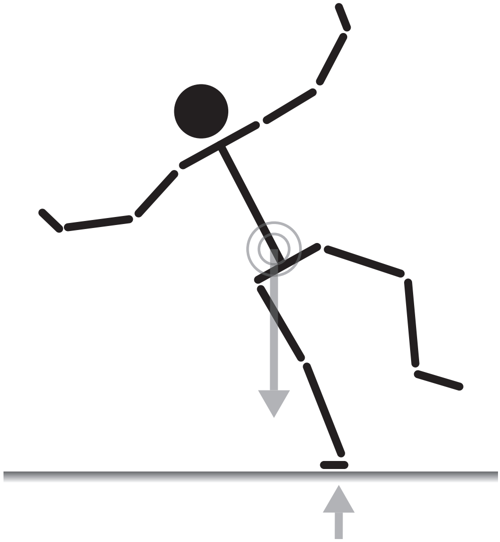
Navíc lze celkem jednoduše vypočítat, že běh ve vnitřních drahách je namáhavější. Kratší strany atletické dráhy tvoří půlkružnice. Poloměr půlkružnice vnitřní dráhy je 36,5 metru a každá dráha má šířku 1,22 metru. Půlkružnice vnějších drah jsou tedy výrazně větší a síla, kterou je třeba vyvinout při zatáčení, nemusí být tak velká. Poloměr zatáčky osmé dráhy je $36{,}5 + 7 \times 1{,}22 = 45{,}04$ m. Síla, kterou musí vyvinout běžec o hmotnosti m při běhu po kruhové dráze o poloměru r rychlostí v, je rovna $m \times v^2/r$, takže čím je r větší[1] a zatáčka méně prudká, tím je síla potřebná k udržení rychlosti menší. Pokud dva stejně zdatní sprinteři poběží v první a osmé dráze a vyvinou na prvních 100 metrech dvousetmetrového závodu stejnou sílu, běžec v první dráze dosáhne rychlosti zhruba o 10 % nižší než stejně výkonný atlet v dráze číslo 8, který tak stejnou vzdálenost urazí o 10 % dříve. To je velmi vysoká hodnota – celá sekunda na polovině dvousetmetrového závodu, pokud ho uběhnete za 20 sekund. V praxi ovšem nepředstavuje běh ve vnějších drahách tak výraznou objektivní výhodu a závodník při sprintu vydává na kompenzaci silového působení v zatáčce jen zlomek vynaložené síly.[2]

Pokud by tento jednoduchý model opravdu fungoval, museli by všichni sprinteři na 200 metrů zaběhnout své osobní rekordy na vnější dráze. Ve skutečnosti k překonání většiny rekordů dochází ve třetí nebo čtvrté dráze. I tento údaj je nicméně poněkud zatížen mimofyzikálními faktory, protože na významných závodech jsou právě do těchto drah nasazováni nejrychlejší atleti z kvalifikačních rozběhů. Velkou roli zde pravděpodobně hraje i psychologická a taktická výhoda, protože možnost sledovat aktuální výkon soupeřů z dráhy dále od vnitřku může převážit nad fyzikálními výhodami běhu po mírnějším poloměru.

Na závěr uvedeme srovnání, které nejlépe vyjádří účinek zatáčky na dvousetmetrové trati – porovnáme rekordy dosažené na rovné dráze s těmi, které padly na oválné dráze. Rovných dvousetmetrových drah je dnes jen poskrovnu. Jedna například bývala na Oxfordské univerzitě na Iffley Road (v roce 1954 na ní Roger Bannister zaběhl míli poprvé pod 4 minuty), a to ještě v roce 1974, kdy jsem tam začal studovat. Když jsem v roce 1977 promoval, byla již minulostí. Když Tommie Smith v roce 1968 na mexické olympiádě zaběhl na oválné dráze rekord na 200 metrů časem 19,83 s, měl již na kontě pozoruhodný čas[3] 19,5 s z roku 1966 z přímé škvárové dráhy v San Jose. Tento druhý rekord překonal až v roce 2010 Tyson Gay na Městských hrách v Birminghamu časem 19,41 s. Jedním z diváků v hledišti byl tehdy i pětašedesátiletý Smith. Nejlepším Gayovým časem na oválné dráze je 19,58 s. Uvedené rozdíly v časech potvrzují významné zpomalení způsobené během do zatáčky. Na rovné trati na 200 metrů můžete mít štěstí a běžet s podporou větru celou vzdálenost. Mnozí sprinteři se ale cítí nesví, když mají běžet tak dlouho bez vizuální opory v podobě orientačních bodů v zatáčce a soupeřů, podle nichž mohou během závodu regulovat své tempo.

6
Otázka rovnováhy

Kdybychom hledali jednu jedinou schopnost, bez níž se neobejdeme v žádném sportu, byl by to určitě dobrý smysl pro rovnováhu. Gymnastka na hrazdě, skokan z vysokého prkna, roztáčející se kladivář, ragbyový útočník kličkující mezi obránci protivníka, zápasník či judista, který se snaží dostat soupeře na zem, šermířka při výpadu – u těch všech hraje rovnováha klíčovou roli. Pojďme si zkusit malý experiment, abychom zjistili, jak jste na tom s rovnováhou vy, a snáze si uvědomili, které svaly se na jejím udržování podílejí. Zůstaňte stát nehybně na místě a svá chodidla umístěte do přímky za sebe tak, aby se pata nohy vpředu dotýkala prstů zadní nohy. Nyní zkoušejte střídavě přenést váhu ze zadní nohy na přední a zpět, ale ruce při tom nechte připažené. Možná vás překvapí, že stát zcela nehybně v uvolněné pozici je překvapivě obtížné a že se vám neustále napínají a uvolňují lýtkové svaly. Jakmile rozpažíte, bude se vám rovnováha držet mnohem snáze. Nyní zkuste provést úklon do strany. Nejspíš se vám nepovede naklonit moc daleko, protože brzy ztratíte rovnováhu. Když se však rozkročíte do normálního postoje tak, že nebudete mít nohy vyrovnané za sebou, bude udržení rovnováhy mnohem lehčí i bez rozpažení – tohle je nejspíš váš přirozený postoj. Nakonec znovu zaujměte pozici ve stoji s chodidly těsně za sebou a pomalu přejděte do podřepu. Jistě si všimnete, že udržet rovnováhu je tím snazší, čím blíže k zemi se nacházíte.



Na těchto snadných cvičeních lze předvést některé prosté zásady pro spolehlivé udržení rovnováhy:

Svislá přímka procházející středem vašeho těla by neměla směřovat mimo opornou základnu, tedy plochu ohraničenou chodidly. Jakmile z ní vybočí, hrozí okamžitá ztráta rovnováhy. Můžete si sami vyzkoušet, nakolik se s napnutým tělem dokážete vyklonit do strany, než začnete padat. Skokani z vysokého prkna touto vratkou pozicí často zahajují svůj volný pád – předklánějí se tak daleko dopředu, dokud nepřepadnou a o další pohyb se již postará gravitace.

Rozkročením si vytvořte co možná nejširší opornou základnu. Tak se vaše těžiště bude hůře dostávat mimo základnu. Můžete-li stát na obou nohou, je to samozřejmě vždycky lepší než na jedné.

Své těžiště držte pokud možno co nejníže. Ze stejného důvodu například gymnastky často přejdou na rozkmitané kladině do podřepu, a někdy dokonce stojí na jedné noze a druhou se natáhnou až pod kladinu – tím totiž své těžiště dostanou ještě o něco níž. Když se na kladinu posadíte, zjistíte, že udržet rovnováhu je hračka. Vaše těžiště se totiž nachází v minimální možné výšce.

Svoji hmotnost se snažte rozložit co nejdále od středu těla – přesně to se totiž děje při rozpažení. Tak můžete měnit rozložení hmoty svého těla. Čím více hmoty přesunete dále od těžiště, tím více navýšíte svůj moment setrvačnosti, tedy parametr ztěžující změnu polohy těles. Pokud takto zvýšíte svůj moment setrvačnosti, nezastavíte tím vrávorání úplně, ale určitě je zpomalíte.[1] Díky tomu budete mít víc času na vyrovnávání a posouvání těžiště potřebným směrem. Z tohoto důvodu používají provazochodci dlouhé vyvažovací tyče, které zpomalují jejich vrávoravý pohyb a poskytují jim čas potřebný na obnovu rovnováhy. Bez této pomůcky by chodci po laně nataženém mezi mrakodrapy hrozil při prvním závanu větru téměř jistý pád s neblahým koncem.

Zkuste se někdy podívat v televizi na zápas nebo na judo, kde se soupeři snaží jemnými finesami navzájem vychýlit z rovnováhy nebo za použití síly vynutit porušení některého z principů, které jsme popsali výše.

7
Má někdo chuť na baseball, tenis nebo kriket?

Mnoho lidí tráví hodně času tím, že v poněkud zvláštním oblečení odpalují malé kulaté předměty nebo se za nimi honí a chytají je. Ve sportech, jako je baseball, tenis nebo kriket, existují hráči, jejichž úkolem je příjem těchto rychle letících předmětů. Na reakci mají obvykle zlomek sekundy a poté buď uhnou, nebo se pokusí strefit a podle svých schopností odpálit míč co nejšikovněji zpět. Který z těchto sportů vyžaduje nejrychlejší reakci?

Míček je v každém z nich jinak velký a nadhazovač či podávající hráč jej může metat různou rychlostí. U baseballu je situace jednodušší v tom, že míček se při hře pohybuje pouze vzduchem, zatímco v kriketu a tenisu se navíc ještě odráží o zem a může v důsledku rotace odskočit nepředvídaným směrem. Ve všech třech případech lze míčku udělit faleš tak, aby ve vzduchu „zaplaval" a odchýlil se od předpokládané dráhy, což se zhusta využívá k oklamání hráče na pálce či na příjmu. V našich úvahách však tyto vyšší dovednosti pro jednoduchost pomineme a zaměříme se pouze na rychlost, s jakou musí hráč na příjmu u každé z těchto her reagovat.

Nejprve se podíváme na kriket: střed kriketového hřiště má délku 22 yardů (tedy 20,12 m).[1] Špičkoví nadhazovači dosahují nadhozů s rychlostí přesahující 160 km/h, tedy nějakých 45 m/s. Nadhazovač obvykle dělá kvůli co nejrychlejšímu nadhozu poměrně dlouhý rozběh, avšak míček je nutné pustit z natažené ruky, jinak je zahlášen neplatný nadhoz. Pokud pálkař stojí 1 m před kriketovou brankou, má na reakci dobu 19,12/45 = 0,42 s, než mu míček přiletí na pálku.

Nadhazovač v baseballu naopak hází bez rozběhu. Na místě se rozbalí z jedné ze dvou povolených poloh – „windup“ nebo „stretch“. Obdobou rychlého nadhazovače v kriketu, házejícího odrazem o zem, je řízný nadhazovač v baseballu, jenž hází přímo, bez odrazu. Pálkaře, který se v okamžiku odhozu míčku nachází ve vzdálenosti 18,44 m, se snaží překonat rychlostí svého nadhozu. Nejlepší nadhazovači dosahují nadhozů s maximální rychlostí přibližně 160 km/h (tedy 45 m/s). (Na rozdíl od kriketu je v baseballu povoleno házet pokrčenou paží.) Pálkař má tedy na reakci čas přibližně 18,44/45 = 0,41 s, což je o malinko méně než u pálkaře v kriketu.

A co hráči tenisu? Technologie výroby tenisových raket postupem času umožňovala stále rychlejší podání, až do té míry, že současnému vrcholovému tenisu hrozí, že jej zcela ovládnou nechytatelná podání čili „esa“, a skutečných výměn bude jenom pár za zápas. V rekordních tabulkách najdeme v kolonce pro nejrychlejší člověkem servírované podání zápis 261,7 km/h (73 m/s), jehož autorem byl v roce 1931 Bill Tilden. Jak to tenkrát měřili, nemám potuchy. Asi už spolehlivějším údajem je rychlost 238,4 km/h (67 m/s), zaznamenaná při podání Grega Rusedskiho na turnaji v Indian Wells v roce 1998. Rekord mezi ženami drží Venus Williamsová s rychlostí 204,7 km/h (58 m/s) z roku 1998. Tenisový kurt měří 23,77 m na délku a pro dvouhru má 8,23 m na šířku. Předpokládáme-li, že hráč na podání a hráč na příjmu stojí v protilehlých rozích těsně za čarou, pak bude délka dráhy letícího míčku (při zanedbání různé výšky letu nad zemí) dána délkou přepony pravoúhlého trojúhelníka o odvěsnách s délkami 23,77 m a 8,23 m. Pomocí Pythagorovy věty se dostaneme k druhé odmocnině ze součtu 565,01 + 67,73, což nám dá přibližně 25,16 m. Budeme-li předpokládat, že nejlepší borci dokážou servírovat rychlostí 224 km/h (62,6 m/s), a zanedbáme-li ztrátu rychlosti při odrazu míčku v poli pro příjem podání, má returnující hráč na reakci přibližně 25,16/62,6 = 0,40 s.

Tím nejzajímavějším na našich třech hrubých výpočtech není ani tak srovnání, jestli dokážou reagovat o jednu či dvě setiny sekundy rychleji hráči baseballu nebo hráči tenisu či kriketu. Spíš nás do očí udeří velmi nápadná podobnost reakčních časů u tří tak odlišných sportů, odlišná jen o pár setinek. V každém z těchto sportů se reakční doba posunula až na hranici lidských možností.

8
Bayesovo přísné očko

Náhoda a pravděpodobnost hrají v našich životech odjakživa velkou roli. Těmto faktorům nelze uniknout, stačí si vzpomenout na nejrůznější zdravotní a bezpečnostní rizika nebo na soudní pře, kdy se rozhoduje o případech syndromu náhlého úmrtí kojenců či o shodě DNA. Určování pravděpodobnosti je vždy kontroverzní a při nedostatku obezřetnosti zde vždy číhají zákeřné nástrahy. Při soudních řízeních rozhodujících o životě a smrti již došlo kvůli neznalosti ze strany „znalců" k mnoha závažným justičním omylům. Ve světě sportu je toho v sázce skoro stejně mnoho. Pozitivní dopingový nález vám může ukončit kariéru a připravit vás o rekordy, medaile ze šampionátů nebo i o mnohamilionové reklamní smlouvy. Proto je velmi důležité, aby metody používané při dopingových testech neumožňovaly žádné chyby. Z historie známe případy, kdy přehmaty certifikovaných laboratoří zničily některým sportovcům kariéru, a například případ Diane Modahlové z let 1994–98 dokonce zapříčinil kolaps Britské atletické federace.

Zajímavým případem je baseball. Špičkoví hráči jsou v podezření, že svých impozantních výkonů dosahují díky systematickému užívání steroidů. V americkém baseballu nejsou zavedeny namátkové dopingové kontroly ani systém diskvalifikace provinilců, nicméně anonymní kontroly opakovaně ukazují na užívání steroidů ve znepokojivé míře. Předpokládejme, že by taková kontrola odhalila, že 5 % hráčů užívá steroidy, a že je známo, že spolehlivost testů je 95 %. Co by to znamenalo?

Řekněme, že kontrole se podrobilo 1 200 hráčů. V takovém případě budeme nejspíš očekávat, že 60 z nich (tedy 5 %) užívá steroidy a zbývajících 1 140 hráčů je „čistých". Podle našeho předpokladu bude 95 % z 60 podvádějících hráčů, tedy 57 z nich, dopingovými komisaři odhaleno oprávněně. Na druhé straně, z 1 140 údajně čistých hráčů bude 57 hráčů (5 % z 1 140) neoprávněně označeno za negativně testované (bez nálezu).

To jsou suchá statistická fakta. Výsledkem kontroly 1 200 hráčů by tak bylo 114 pozitivně testovaných. Z tohoto počtu by 57 bylo skutečných provinilců a 57 by bylo nařčeno neoprávněně. Pokud je tedy některý z hráčů testován pozitivně, existuje pouze 50% pravděpodobnost, že dopuje.

To, co jsme právě popsali, je ukázkou velmi důležitého argumentu souvisejícího s podmíněnými pravděpodobnostními jevy, na které jako první poukázal v roce 1763 reverend Thomas Bayes z Tunbridge Wells v článku nazvaném „Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances" (Esej o řešení jednoho problému v teorii pravděpodobnosti). Bayes nám říká, že existuje vztah mezi pravděpodobností, že sportovec s negativním dopingovým testem dopuje, a pravděpodobností, že dopující sportovec neprojde kontrolou. Označme písmenem E jev, že dopingová kontrola byla pozitivní, a písmenem F jev, že sportovec dopuje:

$P(E)$ = pravděpodobnost, že dopingová kontrola je pozitivní
$P(F)$ = pravděpodobnost, že sportovec dopuje
$P(E|F)$ = pravděpodobnost, že dopující sportovec má pozitivní dopingový test
$P(F|E)$ = pravděpodobnost, že sportovec s pozitivním dopingovým nálezem skutečně dopoval.

Je velmi důležité rozlišovat, že pravděpodobnosti $P(E|F)$

a $P(F|E)$ jsou různé věci. O prokurátorech u soudů se obecně ví, že se leckdy snaží obalamutit soudce tak, aby si mysleli, že se jedná o totéž, což je chyba, která se v anglosaských zemích označuje jako „klam ze strany žaloby“ (prosecutor's fallacy).

Naším úkolem je zjistit hodnotu $P(F|E)$. V našem příkladu s 1 200 hráči víme, že $P(F) = 0{,}05$, a tedy pravděpodobnost, že sportovec nedopuje, je $P(\neg F) = 0{,}95$. Míra spolehlivosti dopingového testu je 95 %, a tedy $P(E|F) = 0{,}95$. Viděli jsme, že 57 ze 1 200 (tedy 4,75 %) nedopujících sportovců bylo testováno pozitivně, a tedy $P(E|\neg F) = 0{,}047\,5$. Reverend Bayes ukázal, že vztahy všech těchto hodnot lze zahrnout do jediného vzorce:

$$P(F|E) = \frac{P(E|F)P(F)}{P(E|F)P(F) + P(E|\neg F)P(\neg F)}.$$

Doplněním hodnot z našeho příkladu dostaneme:

$$P(F|E) = \frac{0{,}95 \times 0{,}05}{0{,}95 \times 0{,}05 + 0{,}0475 \times 0{,}95} = 0{,}513.$$

Bayesův vzorec nám tedy ukazuje, že $P(F|E)$ je úplně něco jiného než $P(E|F)$. V našem příkladu je hodnota $P(F|E)$ nepřijatelně malá a bylo by třeba zavést mnohem přesnější metody kontroly, které by dokázaly mnohem přesněji rozlišit dopující sportovce od jejich „čistých“ kolegů.

9

Utkání na tři branky

Předpokládejme, že se hraje fotbalové utkání mezi týmem Rudých a týmem Modrých. Pravděpodobnost, že Rudí vstřelí branku, je p, a pravděpodobnost, že tak učiní Modří, je $1 - p$. Pokud padl lichý počet branek, jaká je pravděpodobnost, že utkání vyhráli Rudí?

Pokud padla pouze jedna branka, je pravděpodobnost, že utkání vyhráli Rudí, jednoduše p, tedy pravděpodobnost, že onu jedinou branku vstřelili oni. Co když ale padly tři branky? Možné posloupnosti branek vstřelené Rudými (R) a Modrými (M) a konečné výsledky vypadají takto:

RRR	3:0	RMM	1:2
RRM	2:1	MRM	1:2
RMR	2:1	MMR	1:2
MRR	2:1	MMM	0:3

Pravděpodobnost, že nastane každý z těchto osmi výsledků, získáme vynásobením pravděpodobností vstřelení jednotlivých branek,[1] tak například pravděpodobnost posloupnosti MMR je $(1 - p) \times (1 - p) \times p = (1 - p)^2 p$ atd.

Jaká je pravděpodobnost, že Rudí vyhráli utkání, v němž padly tři branky? Jedná se o prostý součet pravděpodobností čtyř možností, při kterých utkání vyhráli: RRR s pravděpodobností p^3 plus RRM, RMR a MRR, každá s pravděpodobností $p^2(1 - p)$. Celková pravděpodobnost toho, že Rudí vyhráli utkání o třech brankách, je tedy

$$P(\text{Rudí vyhráli}) = p^3 + 3p^2(1-p) = p^2(3-2p).$$

Pokud je tým Rudých silnější a má vyšší pravděpodobnost vstřelení branky, například pokud $p = 2/3$, bude jejich šance vyhrát celé utkání $P = 20/27$, tedy o něco více než $2/3$ (= $18/27$). Pokud jsou možnosti obou týmů vyrovnané a platí $p = 1/2 + s$, kde hodnota s je velmi malá,[2] pak $p^2(3-2p)$ je přibližně

$$P(\text{Rudí vyhráli}) = \frac{1}{2} + \frac{3s}{2}.$$

Má-li s hodnotu 0 a pravděpodobnost vstřelení branky je u obou týmů stejná, pak také $P = 1/2$ a pravděpodobnost vítězství v celém utkání o třech gólech je u obou týmů rovněž stejná. Má-li však s kladnou hodnotu, bude šance Rudých na vstřelení branky nepatrně vyšší a nakonec se projeví v celkově vyšší pravděpodobnosti (o $3s/2$), že vyhrají celé utkání. Je vidět, že pravděpodobnost vítězství v utkání, v němž padnou tři branky, je vyšší než u zápasu s jedinou vstřelenou brankou. To ovšem samozřejmě neznamená, že Rudí toto utkání vyhrají. Někdy vyhraje slabší tým, nicméně čím více utkání se odehraje, tím větší je pravděpodobnost, že dlouhodobě bude vítězit „lepší“ tým.

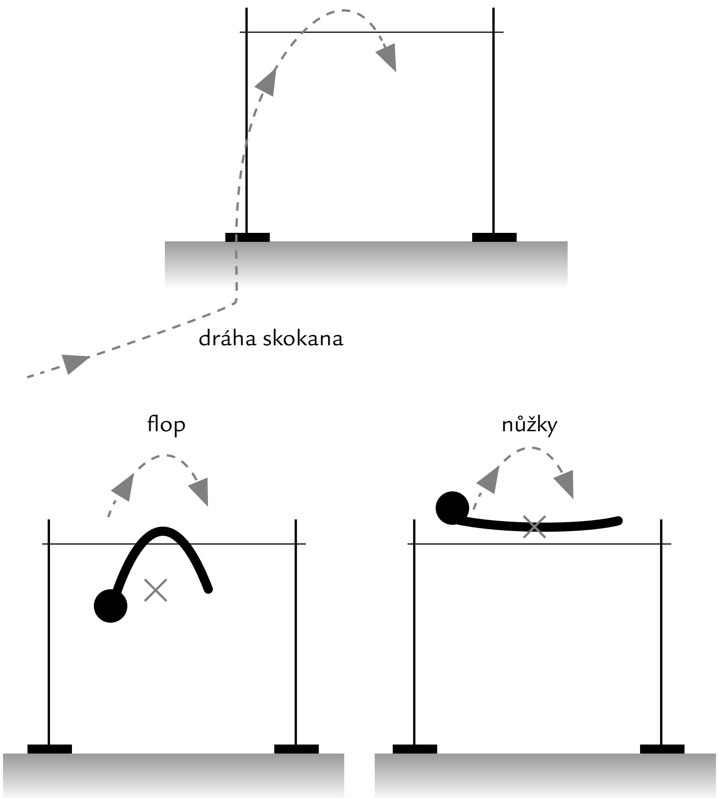
10

Skok do výšky

Existují dvě atletická odvětví, v nichž se pokoušíte přenést své tělo přes co největší výšku nad zemí: skok do výšky a skok o tyči. Ani jeden z těchto sportů není tak jednoduchý, jak by se mohlo na první pohled zdát. Závodník nejprve musí použít sílu a energii svého těla, aby se vymrštil do výšky proti působení gravitace. Považujeme-li skokana do výšky za hmotný bod o hmotnosti M, který se pohybuje svisle vzhůru rychlostí U, pak je výška H, které dosáhne, dána vzorcem $U^2 = 2gH$, kde g je gravitační zrychlení. Pohybová energie skokana při výskoku je $\frac{1}{2}MU^2$ a změní se na polohovou energii MgH, které skokan nabude v největší dosažené výšce H. Obě energie se musejí rovnat a odtud plyne vztah $U^2 = 2gH$.

Choulostivým místem tu je veličina H – co to přesně je? Není to výška, kterou skokan překoná, ale výška, jíž dosáhne jeho těžiště. Tento rozdíl je významný, protože celé tělo se může přenést přes tyčku, ačkoliv ji jeho těžiště mine zespodu.

Těžiště zakřivených těles, třeba ve tvaru písmena L, se může nacházet mimo těleso samo. Právě tato možnost dovoluje skokanovi ovládat polohu svého těžiště a tvar křivky, kterou při skoku opisuje. Jeho cílem je hladce přenést své tělo přes laťku, a přitom je výhodné, aby nechal své těžiště podplout co nejníže pod ní. Tímto způsobem může optimalizovat využití pohybové energie, kterou získal odrazem, a zvětšovat tak překonanou výšku.



těžiště je označeno křížkem

Jednoduché provedení skoku do výšky, které nás učili na tělocviku ve škole, jsou takzvané „nůžky“, a má daleko k dokonalosti. K překonání laťky musí nad ní přejít nejen těžiště, ale i celé tělo. Těžiště při nůžkách laťku překonává ve výšce nějakých 30 centimetrů. To je velmi marnotratné hospodaření s pohybovou energií a špičkoví atleti používají mnohem obratnější a důmyslnější techniky. Při staré technice, zvané „straddle“, se skokan překulil přes laťku a hruď měl přitom stále obrácenou k ní. Byl to oblíbený způsob používaný skokany světové třídy až do roku 1968, kdy Američan Dick Fosbury všechny ohromil tím, že zavedl něco úplně nového: „Fosburyho flop“, který spočíval v přesmyknutí se přes laťku pozadu. Tento vynález mu získal zlatou medaili na olympijských hrách v Mexiku v roce 1968. Taková technika skoku ovšem s sebou nesla rizika a stala se bezpečnou, až když se objevila nafukovací doskočiště. Fosburyho techniku se závodníci učí mnohem snáze než straddle a dnes ji používají všichni dobří skokani. Umožňuje jim přenášet těžiště dost daleko pod laťkou, přestože se tělo ovíjí nad a kolem ní. Čím jste ohebnější, tím lépe se kolem laťky obtočíte a tím níž vaše těžiště může projít. Olympijský vítěz ve skoku do výšky z roku 2004, Švéd Stephan Holm, je na skokany do výšky dost malý, ale dokáže se neobyčejně prohnout, takže na vrcholu dráhy je jeho tělo výrazně prohnuto do tvaru obráceného U. Dokáže se přenést přes laťku ve výšce 2,40 m, přestože se jeho těžiště pohybuje výrazně níže.

11
Správně načasované narozeniny

Úspěšní sportovci a sportovkyně bývají výjimeční. Rozdíl mezi úspěchem a nezdarem v nejdůležitějších soutěžích na jakékoli úrovni je často velice malý a důležitou roli hraje vše, co může přinést výhodu. Většina špičkových sportovců se ke svému sportu dostane ve školním věku. Účastní se školních soutěží a šampionátů a mimo školu jsou nejspíš také členy sportovního klubu, v jehož barvách se pak probojují do reprezentace okresu, kraje nebo země v příslušné věkové kategorii. Ve Velké Británii jsou soutěže rozděleny do věkových kategorií zpravidla podle školních ročníků, se začátkem vždy 1. září. V kontinentální Evropě a u mezinárodních soutěží se vychází z kalendářních roků, začíná se tedy od 1. ledna. Bez ohledu na používaný systém se věk soutěžících v jedné a téže kategorii může lišit až o rok. U soutěží, v nichž jednu věkovou kategorii tvoří dva ročníky (15–17 nebo 17–19), může být rozdíl až dva roky. Zejména u teenagerů, u nichž fyzické vyspívání probíhá různě rychle, hrají tyto věkové rozdíly výraznou roli. V důsledku toho jsou děti narozené v prvním čtvrtletí školního roku (od září do prosince) v průměru větší a silnější než ty, které se narodily později, a budou mít tudíž faktickou výhodu. Budou se dostávat do školních týmů, budou zařazováni do speciálních tréninkových programů a celkově budou mít větší šanci dosáhnout při závodech úspěchů než jejich mladší spolužáci. Asi bychom očekávali, že se tento posun přenese i do poměru náctiletých jedinců, kteří si udrží zájem o svůj sport a vyzrají ve skutečné sportovce. Několik studií zaměřených na data narození úspěšných sportovců a sportovkyň skutečně prokázalo, že jedinci narození v prvním čtvrtletí roku mají výhodu a že vliv data narození je zcela zjevný.[1]

12

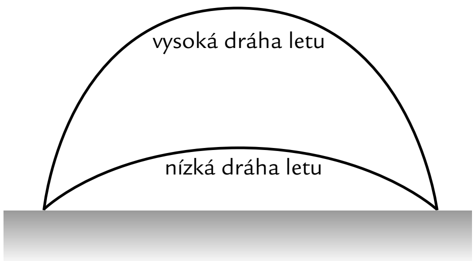
Doba letu

Většina lidí by asi řekla, že pokud má vržený předmět doletět co nejdál, měli bychom jej (přinejmenším ze země) odpálit pod úhlem 45 stupňů. To je poměrně dobrá aproximace skutečné optimální hodnoty, pokud ovšem nehraje velkou roli odpor vzduchu. V praxi se toto pravidlo hodí, když například chcete nasměrovat odpal až k hranici kriketového hřiště nebo když střílíte míčem na branku – v obou případech může být dosažení maximální vzdálenosti důležité. Někdy se ale hodí investovat namísto do vzdálenosti spíš do času. Hráč, který začíná ragbyový zápas výkopem ze středu hřiště, se snaží kop nasměrovat tak, aby míč zůstal dlouho ve vzduchu a co nejvíc jeho spoluhráčů se mohlo dostat k soupeřovu hráči, který čeká na míč, a sesypat se na něj; podobně kop ze hry ve stylu Garryowen[1], neboli „vysoký nákop a všichni pod míč", poskytne útočníkům dostatek času k vyvinutí tlaku na obranu. Také fotbalisté se snaží, aby míč při volných a rohových kopech plachtil do brankoviště tak, aby měli spoluhráči více času obsadit nebezpečné pozice k ohrožení branky.

Vykopneme-li ragbyový míč rychlostí V pod úhlem α vzhledem k zemi, poletí po parabolické dráze a než dopadne zpátky na zem, urazí vzdálenost $R = V^2/g \times \sin(2\alpha)$, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s}^2$ je gravitační zrychlení. Maximálního doletu míče lze dosáhnout, když $\sin(2\alpha)$ nabývá své maximální hodnoty 1, což nastane, pokud 2α je 90 stupňů, a tedy α je

45 stupňů. Předpokládejme, že vaším cílem je pouze dostat míč na konkrétní místo. To znamená, že je potřeba zafixovat vzdálenost R.

Jak vidno, tohoto výsledku lze dosáhnout *dvěma* způsoby, protože sinus úhlu α je stejný jako sinus úhlu $180° - \alpha$ stupňů, tedy $\sin 2\alpha = \sin(180° - 2\alpha)$ a vzdálenost R je stejná pro úhel výkopu α i $90° - \alpha$. Tak například při výkopu pod malým úhlem 15 stupňů doletí míč do stejné vzdálenosti jako při pohybu po vysoké dráze zahájené pod úhlem 75 stupňů, ačkoli po delší dráze se míč pohybuje déle (je-li rychlost výkopu stejná). Obě dráhy jsou znázorněny na obrázku:



Čas, po který míč letí do vzdálenosti R, je určen vztahem $R/(V \cos\alpha)$. Poměr doby letu obou výkopů je tedy

$$\frac{t(\text{vysoká})}{t(\text{nízká})} = \frac{\cos\alpha}{\cos(90° - \alpha)} = \operatorname{cotg}\alpha$$

a poměr maximální dosažené svislé výšky při obou kopech je

$$\frac{h(\text{vysoká})}{h(\text{nízká})} = \operatorname{cotg}^2\alpha.$$

Je vidět, že míč vykopnutý po horní dráze pod úhlem 75 stupňů zůstane ve vzduchu 3,7krát déle a vystoupá do 14násobné výšky oproti míči letícímu po spodní dráze pod úhlem 15 stupňů.

Tyto úvahy ilustrují možnosti jednoduché geometrie pohybu těles, které mohou hráči využívat při „hře o čas“ v situacích, kdy je třeba získat více času, aby se spoluhráči stačili na hřišti přeskupit nebo přečíslit obránce – anebo jednoduše obránce oslepit, když na ně poletí míč z výšky proti slunci (či reflektorům).*

---

* Zanedbáváme zde významné okolnosti, které strategii zásadním způsobem ovlivňují – zejména vítr. Při bočním větru se dráha letu míče výrazně odchýlí do strany. Obránci ani útočníci pak nemohou předvídat jeho směr, a je na útočnících, aby tuto výhodu dokázali využít!

13 Na kajaku

Plavba na kánoi a kajaku má dávný původ v prastarých severských společenstvích a slovo kajak je odvozeno od inuitského výrazu *kvajak*. V kánoi se klečí, pádluje se po jedné straně a používají se pádla s jedním listem. V kajaku se oproti tomu sedí a používají se pádla se dvěma listy, jimiž se střídavě zabírá po obou stranách lodi. Kánoe jsou otevřené, ale kajaky mohou být díky nepropustné zástěře, „špricce", zcela vodotěsné, takže lze provést takzvaný eskymácký obrat o celých 360 stupňů převržením do vody a následným vynořením na druhé straně, aniž by se do kajaku dostala voda.

Na olympiádě se závodí na kánoích (C) a kajacích (K) s jednočlennou, dvoučlennou nebo čtyřčlennou posádkou na přímých tratích o délce 500 m nebo 1 000 m.[1] Kategorie se označují kódy C1, C2, K1, K2 atd., aby byl zřejmý typ lodi a počet závodníků. Na rozdíl od veslování zde není kormidelník. Všichni pádlující závodníci jsou otočeni po směru plavby a musí sami udržovat směr. Když porovnáme vítězné časy kanoistů a kajakářů na trati 500 m na olympiádě v Pekingu, vidíme, že v kategorii C1 mužů dosáhl vítěz času 1 min 49,140 s, zatímco v kategorii K1 byl čas vítěze výrazně kratší: 1 min 37,252 s. Tentýž trend lze sledovat u kategorií K2 a C2. I kajakářky jsou v praxi mnohem rychlejší než muži-kanoisté na stejné trati. Je zřejmé, že dvojnásobná frekvence záběrů díky dvěma listům pádla i aerodynamičtější profil kajaku umožňují při stejném lidském výkonu účinnější pohon, a tudíž trvale udržovat větší rychlost. Je však větší počet pádlujících osob přínosem, nebo naopak nevýhodou? Kajak s dvoučlennou posádkou má k pohonu dvakrát více „motorů“, ale zároveň musí vodu rozrážet s téměř dvojnásobným břemenem. Který z těchto faktorů je dominantní?

Výkon potřebný k pohybu lodi se spotřebovává převážně na překonávání třecího odporu trupu ve vodě a je roven součinu odporové síly D a rychlosti V pohybu ve vodě. Odporová síla závisí na ploše trupu, která je v kontaktu s vodou, tedy $A \propto L^2$, kde L je délka lodi, a dále na druhé mocnině rychlosti pohybu ve vodě. Platí tedy:*

$$\text{potřebný výkon} = D \times V \propto L^2 V^2 \times V \propto L^2 V^3.$$

Dále, je-li na palubě N-členná posádka, je objem lodi úměrný L^3, a tato hodnota je úměrná počtu N členů posádky (pro více lidí je třeba použít větší člun), takže $L \propto N^{1/3}$, a tudíž

$$\text{výkon potřebný k překonání třecího odporu} \propto \\ \propto L^2 V^3 \propto N^{2/3} V^3.$$

Výkon pádlující posádky je ovšem úměrný počtu jejích členů:

$$\text{výkon posádky} \propto N.$$

Jelikož výkon potřebný k překonání odporu dodává pádlující posádka, musí platit $V^3 N^{2/3} \propto N$, a víme tedy, jak by se měla při zvýšení počtu členů posádky** změnit rychlost lodi: $V \propto N^{1/9}$.

---

* V české literatuře se zápisu $A \propto B$ („A je přímo úměrné B“) používá jen výjimečně, pro kapitoly 13 a 14 je však výhodný. Užíváme ho v následujícím smyslu: pro veličiny A a B platí $A \propto B$ tehdy, mění-li se ve svém definičním oboru stejnou rychlostí, tedy pokud platí, že existuje konstanta k tak, že $B = kA$.

** Tento trend je charakteristický pro anaerobní výkony, což se týká

Vyšší výkon poskytovaný přidanými členy posádky tak lehce převáží vliv vyšší hmotnosti, kterou je nutné po hladině přepravit – ovšem nijak výrazně. Výhoda vyplývající z přidaných členů posádky narůstá s každým navýšením N jen velmi pomalu. Za předpokladu, že lodě mají plout konstantní rychlostí (což není docela pravda, zejména na delší vzdálenosti), pak bychom očekávali, že výsledné časy bude možné získat jako podíl délky závodu a rychlosti V, takže čas T dosažený při závodě by se měl měnit v závislosti na N takto: $T \propto N^{-1/9}$.

Skutečně platí toto jednoduché pravidlo? Předpovídá, že pokud vydělíme vítězný čas v kategorii dvoučlenných posádek vítězným časem v kategorii jednočlenných posádek a dále také vydělíme vítězný čas ve čtyřčlenných posádkách vítězným časem ve dvoučlenných posádkách, měli bychom zjistit, že každý z těchto poměrů je přibližně roven deváté odmocnině ze 2, neboli $2^{1/9} = 1{,}08$. Pro mužské kategorie K na trati 1 000 m dostáváme:

$$\frac{T(\text{sólo muži})}{T(\text{dvojka muži})} = \frac{206{,}32}{191{,}81} = 1{,}08,$$
$$\frac{T(\text{dvojka muži})}{T(\text{čtyřka muži})} = \frac{191{,}81}{175{,}71} = 1{,}09.$$

Pro ženské kategorie K na trati 500 m dostáváme:

$$\frac{T(\text{sólo ženy})}{T(\text{dvojka ženy})} = \frac{110{,}67}{101{,}31} = 1{,}09,$$
$$\frac{T(\text{dvojka ženy})}{T(\text{čtyřka ženy})} = \frac{101{,}31}{92{,}23} = 1{,}10.$$

vzdáleností kratších než 400 m. U mnohem větších vzdáleností je námaha aerobní a výkon pádlujícího člověka je úměrný velikosti jeho svalové hmoty, a tudíž i jeho tělesné hmotnosti. Poměr výkonu ku hmotnosti a rychlost pak na celkové hmotnosti posádky nezávisí.

Shoda s předpovídanou hodnotou $2^{1/9} = 1{,}08$, kterou jsme získali z našeho jednoduchého modelu, je tedy pozoruhodně dobrá. Bez ohledu na možné odchylky způsobené větrem, počasím, stylem pádlování nebo konstrukcí kajaku jsou zjevně dominantními faktory pro závodní časy pouze prostá síla a odpor způsobený třením.

14
Možná přijde i kormidelník

Když namísto pádlování veslujeme, platí stejné principy jako v předchozí kapitole. Viděli jsme, že výkon získaný díky přidanému členu posádky v kajaku jen tak tak převáží vliv vyšší hmotnosti a jí způsobený vyšší odpor, který je třeba při posouvání po hladině překonávat. Je to opravdu o fous. Rychlost lodi se zvyšuje pouze s devátou odmocninou počtu členů posádky (rychlost $\propto N^{1/9}$)* a čas, během nějž loď projede trať závodu, se zkracuje týmž neoslnivým tempem.

Jízda na kajaku se od veslování liší v jednom zajímavém ohledu: kajakáři nejezdí s kormidelníkem. Je jasné, že kormidelník nepřispívá žádným výkonem k pohonu lodi, ale jen zvyšuje její hmotnost, velikost i odpor ve vodě, takže čtyřveslice s kormidelníkem nejspíš popluje pomaleji než čtyřka bez kormidelníka. Výhoda kormidelníka spočívá v tom, že se veslaři nemusejí starat o řízení lodi a vyhnou se ztrátám energie kvůli korekcím směru, když se loď odchýlí od nejkratší dráhy k cíli.[1] Mohou se soustředit výlučně na veslování. Kormidelník hraje důležitou roli také při povzbuzování posádky a diktování tempa záběrů. Mohou tyto vklady převážit přítomnost „mrtvého nákladu“ v lodi, byť obvykle velmi lehkého?

Podíváme-li se například na vítězné časy dvoučlenných a čtyřčlenných posádek s kormidelníkem a bez kormidelníka

* Viz poznámku o zápisu $A \propto B$ k předchozí kapitole.

na hrách v Moskvě v roce 1980, je jasné, že lepší ovládání lodi a povzbuzování nedokáže převážit nevýhodu neveslujícího pasažéra: časy posádek bez kormidelníka jsou vždy kratší než časy posádek s kormidelníkem.

Počet veslařů	S kormidelníkem	Bez kormidelníka	Poměr časů s/bez kormid.
Dvojka: $N = 2$	422,5 s	408,0 s	1,04
Čtyřka: $N = 4$	374,5 s	368,2 s	1,02

Použijeme-li znovu výše uvedený náhled na výkon a odpor vody se započtením jedné osoby navíc, která zvyšuje velikost a třecí odpor lodi, ale nepřidává na výkonu, dostaneme čas potřebný k absolvování závodu s N veslaři a kormidelníkem:

$$T(\text{s kormidelníkem}) \propto \frac{(N+1)^{2/9}}{N^{1/3}},$$

přičemž čas bez kormidelníka je:

$$T(\text{bez kormidelníka}) \propto N^{-1/9},$$

a jejich poměr tedy je:

$$\frac{T(\text{s kormidelníkem})}{T(\text{bez kormidelníka})} = \left(\frac{N+1}{N}\right)^{2/9}.$$

Podle očekávání bude mít výraz na pravé straně hodnotu vždy větší než 1 (protože $N + 1$ je větší než N), a dá se tedy předpovědět, že čas posádky s kormidelníkem bude vždy delší než čas posádky bez něj. Pokusíme-li se však vypočítat, o kolik pomalejší tento čas bude, musíme být obezřetní. Zatím jsme pokaždé předpokládali, že naši veslaři (i kajakáři) jsou všichni stejného vzrůstu. Pro veslaře je to docela dobrá aproximace, ale ne pro kormidelníka. Kormidelník musí být vždy co nejdrobnější a nejlehčí, aby zvýšená zátěž a odpor