

NOVÁ INFINITNÍ MATEMATIKA

KAROLINUM



**III.
Reálná čísla
a jejich
diskretizace**

PETR VOPĚNKA

Nová infinitní matematika
III. Reálná čísla a jejich diskretizace

Petr Vopěnka

Vydala Univerzita Karlova v Praze
Nakladatelství Karolinum
www.cupress.cuni.cz
Redakce Lenka Ščerbaničová
Obálka Jan Šerých
Sazba Šárka Voráčková
Vydání první

© Univerzita Karlova v Praze, 2015
© Petr Vopěnka – dědicové, 2015

ISBN 978-80-246-2985-8
ISBN 978-80-246-3219-3 (online : pdf)



Univerzita Karlova v Praze
Nakladatelství Karolinum 2016

www.karolinum.cz
ebooks@karolinum.cz

Obsah

Předmluva	7
1. Hledání reálných čísel	9
1.1 Eudoxovo rozvinutí výkladu antického geometrického světa	9
1.2 Osamostatnění oboru reálných čísel	13
1.3 Relace nekonečné blízkosti na racionálních číslech	17
1.4 Reálná čísla	21
1.5 Intermezzo o hvězdách na obloze	23
1.6 Výklad reálných čísel odpovídající výkladu hvězd na obloze	24
2. Rozepnutí antického geometrického světa	25
2.1 Antický a klasický geometrický svět	25
2.2 První a druhý zákon expanze	26
2.3 Nekonečně velká a nekonečně malá reálná čísla	28
2.4 Nekonečná blízkost reálných čísel	30
2.5 Zákony zpětné projekce	31
3. Aritmetizace geometrického světa	33
3.1 Základní nerozlišitelnost na třídě $\text{Ex}(\text{Real})$	33
3.2 Zpětná projekce $\text{Ex}(\text{Real})^k$ na $\overline{\text{Real}}^k$	35
3.3 Expanze tříd	36
3.4 Uzavřené třídy	38
3.5 \mathcal{A} -posloupnosti	39
4. Infinitesimální aritmetika	41
4.1 Řády reálných čísel	41
4.2 Skorostejnost	42
4.3 Mříž	43
4.4 Čtvrtý zákon expanze	45
4.5 Poloměr monád plně skororovnoměrné mříže	47
5. Integrál reálné funkce jedné proměnné	49
5.1 Iniciální úloha integrálního počtu a její řešení	49
5.2 Integrál reálné funkce přes plnou mříž	51
5.3 Slabě omezené funkce	53
5.4 Dobře integrovatelné funkce	53
5.5 Neurčitý integrál	55
5.6 Všeobecné scholion	56
Summary	59
Seznam značení	61
Literatura	63

